**CAPITULO 9**

**MODELOS DE REZAGOS DISTRIBUIDOS**

* 1. **FORMULACION DEL MODELO**

Supóngase que se tiene el siguiente modelo:

 [9.1]

Donde:

 Importaciones

 Tipo de cambio

El modelo supone que el efecto del tipo de cambio se propaga o se distribuye durante k períodos. El coeficiente  se conoce como el multiplicador de corto plazo o de impacto por que da el cambio en el valor medio de las importaciones que sigue a un cambio unitario en el tipo de cambio real en el mismo período de tiempo. Si el cambio en el tipo de cambio real se mantiene al mismo nivel desde el principio, entonces  nos da el cambio en el valor medio de las importaciones en el período siguiente, en el que le sigue y así sucesivamente.

Estas sumas parciales se denominan multiplicadores intermedios. Finalmente, después de k períodos se obtiene

 [9.2]

Que se conoce como el multiplicador de rezagos distribuídos de largo plazo o total.

Si se define,

 [9.3]

Se obtiene ”estandarizado”. Las sumas parciales del  estandarizado dan entonces la proporción del impacto de largo plazo, o total, sentido durante cierto período de tiempo.

* 1. **ESTIMACION DEL MODELO**
     1. **ENFOQUE DE KOYCK**

Supongamos que se tiene un modelo de rezago distribuido infinito:

 [9.4]

Además, suponiendo que los  tienen todos el mismo signo. Estos coeficiente se puede reducir geométricamente de la siguiente manera.[[1]](#footnote-1)

  [9.5]

donde:



 Es la tasa de descenso, o de caída, del rezago distribuido.

 Es la velocidad de ajuste.

Este esquema presenta las siguientes características que es necesario anotar:

* Al suponer valores no negativos para  se elimina la posibilidad de que los cambien de signo.
* Al suponer que , le da un menor peso a los en el pasado distante que a los actuales.
* Asegura que la suma de los que da el multiplicador de largo plazo es finita, el cual es:

 [9.6]

Por tanto, como consecuencia de [9.5], el modelo de rezagos infinitos [9.4] se puede escribirse como:

 [9.7]

Rezagando en un período (7) resulta ser,

 [9.8]

Multiplicando por se obtiene,

 [9.9]

Restando (9) de (7),

 [9.10]

0 reordenando,

 [9.11]

Comparando (11) con (7) se nota la enorme simplificación lograda. Mientras que antes era preciso estimar  y un número infinito de, ahora se tiene que estimar solamente tres incógnitas: .

* + 1. **ENFOQUE DE AJUSTE PARCIAL**

El modelo [9.11] no está provisto de un soporte teórico por que es obtenido mediante un proceso claramente algebraico. Esta falla puede suplirse si se empieza desde una perspectiva diferente. Supóngase el siguiente modelo:

 [9.12]

Donde:

 es el tipo de cambio real esperado

Puesto que la variable de expectativas  no es observable se puede proponer la siguiente hipótesis sobre la manera como se conforman las expectativas:

 [9.13]

Donde:

 Es el coeficiente de expectativas.[[2]](#footnote-2)

El cual muestra que las expectativas están corregidas cada período por una fracción de la brecha entre el valor actual del tipo de cambio real y su valor esperado. Una manera distinta de escribir lo mismo es,

 [9.14]

Donde, el valor esperado del tipo de cambio real en el tiempo t es un promedio ponderado del valor actual del tipo de cambio real en el tiempo t y su valor esperado en el período anterior, con ponderaciones de  y 

Sustituyendo [9.14] en [9.12], se obtiene



 [9.15]

Ahora rezagando [9.12] en un período,



Multiplicando por 

 [9.16]

Restando [9.16] de [9.15] se obtiene.



 [9.17]

Es preciso advertir que existen algunas diferencias entre [9.12] y [9.17]. En la primera,  mide la respuesta promedio de las importaciones ante un cambio unitario del tipo de cambio real esperado. En [9.17], por otra parte, mide la respuesta promedio de las importaciones ante un cambio unitario en el valor actual u observado del tipo de cambio real. Estas respuestas no son iguales a menos que , es decir, los valores actuales y de largo plazo del tipo de cambio real sean los mismos.

* + 1. **ENFOQUE DE ALMON**

El modelo de rezagos distribuidos de Koyck se basa en el supuesto de que los coeficientes  se reducen geométricamente a medida que el rezago aumenta. Este supuesto, en algunos casos es demasiado restrictivo si suponemos que los aumentan al principio y luego disminuyen o si estos siguen un patrón cíclico. Shirley Almon (1965) nos propone una técnica que considera este último caso.

Considerando el modelo finito de rezagos distribuidos



Se puede escribir en forma más compacta como sigue

 [9.18]

Utilizando el teorema de Weierstrass  puede ser aproximado mediante un polinomio en i, la longitud del rezago de un grado apropiado. Algunos ejemplos son los siguientes:

 [9.19]

 [9.20]

Que en términos más generales se puede expresar

 [9.21]

* + - 1. **Ejemplo 1: k rezagos y polinomio de grado 2**

Suponiendo que los  sigue el patrón descrito por [9.19] por ser el más apropiado y sustituyendo [9.19] en [9.18] se obtiene



 [9.22]

Si hacemos que







Reemplazando en [9.22] tenemos

 [9.23]

Una vez estimado [9.23] por el método de mínimos cuadrados ordinarios puede estimarse los originales de [9.19] de la siguiente manera









………………..



* + - 1. **Ejemplo 2: k rezagos y polinomio de grado 3**

Suponiendo que los  sigue el patrón descrito por [9.20] por ser el más apropiado y sustituyendo [9.20] en [9.18] se obtiene:



 [9.22]

Si hacemos que









Reemplazando en [9.22] tenemos

 [9.23]

Una vez estimado [9.23] por el método de mínimos cuadrados ordinarios puede estimarse los originales de [9.19] de la siguiente manera









………………..



* + - 1. **Ejemplo 3: 5 rezagos y polinomio de grado 3**

Suponiendo que los  sigue el patrón descrito por [9.20] por ser el más apropiado y sustituyendo [9.20] en [9.18] se obtiene:



 [9.22]

Si hacemos que









Reemplazando en [9.22] tenemos

 [9.23]

Una vez estimado [9.23] por el método de mínimos cuadrados ordinarios puede estimarse los originales de [9.19] de la siguiente manera













* + 1. **ENFOQUE DE ALMON CON EL SOFTWARE EVIEWS**
       1. **Ejemplo 1: 3 rezagos y polinomio de grado 2**

Supongamos que se tiene el siguiente modelo de rezagos distribuidos:



El mismo que se puede escribir:



 puede ser aproximado mediante el polinomio siguiente:



Donde:

 Si es par

 Si es impar

Sustituyendo los  en el modelo de rezagos distribuidos planteado se tiene:



Siendo  entonces  . Por tanto, el modelo anterior se puede escribir como:



Haciendo que:





Entonces,



Una vez estimado este modelo, por el método de mínimos cuadrados ordinarios, pueden estimarse los originales de la siguiente manera:









El cual podemos escribirlo como:









De tal modo que su varianza será:









* + - 1. **Ejemplo 2: 4 rezagos y polinomio de grado 2**

Supongamos que se tiene el siguiente modelo de rezagos distribuidos:



Se puede escribir en forma más compacta como sigue

 [9.18]

 puede ser aproximado mediante un polinomio en i como el siguiente:

 [9.19]

Puesto que:

 Si es par

 Si es impar

Suponiendo que los  sigue el patrón descrito por [9.19] por ser el más apropiado y sustituyendo [9.19] en [9.18] se obtiene





Si hacemos que:





El cual, reemplazando en [9.22] tenemos

 [9.23]

Una vez estimado [9.23] por el método de mínimos cuadrados ordinarios puede estimarse los originales de [9.19] de la siguiente manera











El cual podemos escribirlo como:











De modo que su varianza será:











* + - 1. **Ejemplo 3: 4 rezagos y polinomio de grado 3**

Supongamos que se tiene el siguiente modelo de rezagos distribuidos:



El cual lo escribimos como:



 lo aproximamos mediante el siguiente polinomio:



Puesto que:

 Si es par

 Si es impar

Entonces:





Si hacemos que:





Por tanto:



Una vez estimado este modelo puede estimarse los originales de la siguiente manera











El cual podemos escribirlo como:











De modo que su varianza será:











**Anexo I**

**Nociones Básicas de Eviews 3.1**

**Modelos de Rezagos Distribuidos**

**MODELO DE REZAGOS INFINITO**

1. **Estimación secuencial**

Dado el siguiente modelo[[3]](#footnote-3)



Donde:

 Importaciones

 Reservas Internacionales netas

Efectuar regresiones secuenciales incorporando en cada sucesiva regresión un rezago adicional en la variable exógena. Este procedimiento secuencial se detiene cuando los coeficientes de regresión de las variables rezagadas empiezan a hacerse estadísticamente insignificantes y/o el coeficiente de por lo menos una de las variables cambia de signo.

1. **Modelo de Koyck**

Sea el siguiente modelo[[4]](#footnote-4)



Donde:

Determine:

* ¿Cuál es la propensión marginal a consumir de corto y largo plazo?
* ¿En cuántos meses el consumo se ajusta a los cambios del ingreso disponible?

1. Modelo de Expectativas adaptativas

Sea el siguiente modelo:



Donde:

 es el ingreso disponible esperado

Considerando que,

 

Luego de transformaciones se tiene,



Determine:

* El coeficiente de expectativas. ¿Alrededor de que porcentaje de la discrepancia entre el tipo de cambio real bilateral observado y esperado es eliminada en un mes? ¿Es relativamente rápido?

1. **Modelo de ajuste parcial**

Sea el siguiente modelo[[5]](#footnote-5)



Donde:

Importaciones deseadas o de largo plazo

Tipo de cambio

Reservas Internacionales Netas

El modelo puede expresarse como



Como la demanda deseada no es observable supongamos la siguiente hipótesis de ajuste de existencias:

 

El cual establece que un porcentaje constante de la discrepancia entre las importaciones observadas y las deseadas es eliminado en un solo periodo. En términos de logaritmos se tiene,



Sustituyendo en el modelo logarítmico y ordenando se obtiene la siguiente función de demanda de dinero de corto plazo,



Determinar:

* La función de importaciones de largo plazo
* Probar la hipótesis de no autocorrelación según el estadístico h



1. **Modelo de expectativas adaptativas y de ajuste parcial**

Sea el siguiente modelo



Donde:

 Importaciones deseadas

 Reservas Internacionales Netas Esperadas

Puesto que ambas variables no son directamente observables, se puede utilizar el mecanismo de ajuste parcial para las importaciones deseadas y el modelo de expectativas adaptativas para las RIN deseadas a fin de llegar a la siguiente ecuación de estimación,



**MODELOS DE REZAGOS DISTRIBUIDOS FINITO**

1. **Enfoque de Almon**

Dado el siguiente modelo[[6]](#footnote-6)



el cual puede escribirse también como,



 puede aproximarse a los siguiente patrones polinomiales,







Suponiendo que los  sigue un patrón cuadrático el modelo puede ser escrito como,



Si hacemos que







Reemplazando tenemos



Una vez estimado por el método de mínimos cuadrados ordinarios puede estimarse los originales de la siguiente manera:









………………..



Aplíquese el criterio de Schward para determinar la longitud apropiada del rezago. Seleccionar el rezago que minimiza el valor:



Donde:



 longitud del rezago

 número de observaciones

**PRUEBA DE CAUSALIDAD DE GRANGER**

Consideremos el siguiente modelo:[[7]](#footnote-7)





1. M causa PBI

Si se cumple que  y además 

1. PBI causa M

Si se cumple que  y además 

1. Existe una causalidad bilateral

Si se cumple que  y además 

1. Existe independencia

Si se cumple que  y además 

1. Lo que se intenta precisar es que cada coeficiente  sucesivo es numéricamente inferior a cada  anterior. Esto implica que a medida que se retorna al pasado distante, el efecto de ese rezago sobre las importaciones se hace progresivamente más bajo. [↑](#footnote-ref-1)
2. La hipótesis (12) es conocida como la hipótesis de expectativas adaptativas popularizada por Cagan (1956) y Friedman (1956). [↑](#footnote-ref-2)
3. Obtenga series mensuales del nivel de importaciones totales y del índice del tipo de cambio real bilateral de la página Web del Banco Central de Reserva del Perú. [↑](#footnote-ref-3)
4. Obtenga series trimestrales del ingreso disponible real y del consumo privado real de la página Web del Banco Central de Reserva del Perú. En caso contrario, utilice el archivo en formato Eviews: capitulo 9\_Consumo trimestral [↑](#footnote-ref-4)
5. Obtenga series mensuales de algún agregado monetario en términos reales, la tasa de interés promedio en moneda nacional y el índice del PBIR de la página Web del BCRP. En caso contrario; utilice el archivo en formato Eviews: Capitulo 9\_Dinero mensual [↑](#footnote-ref-5)
6. Para esta sección utilice el archivo en formato Eviews: Capitulo 9\_Almon [↑](#footnote-ref-6)
7. Utilice el archivo en formato EXCEL: Capitulo 9\_PBI\_Liquidez [↑](#footnote-ref-7)